3. Der Verlauf ist ähnlich wie in der Bundesrepublik Deutschland und früher im Deutschen Reich; die USA sind dabei aber ein oder einige Jahrzehnte voraus. Das verleitet dazu, aus dem Verlauf in den USA Prognosen für die europäische Entwicklung abzuleiten; das ist zulässig, ja sogar empfehlenswert, jedoch nur wenn man dabei die Verschiedenartigkeit der Rahmenbedingungen ökonomischer und sozialer Art (z.B. Schwarze dort, Ausländer hier) mit in die Betrachtung einbezieht. Man müßte aus dem Vergleich mit den USA schließen, daß sich in der BRD Verschiebungen in dem Ausmaß, wie dies von 1958 bis 1977 geschehen ist, nicht mehr erwarten lassen. Vor allem wenn der Zuzug von Gastarbeitern gesperrt sein wird, sähen sich viele veranlaßt, sich wieder mehr den blue collars zuzuwenden.

   Bei dem Übergang vom blue collar zum white collar darf nicht übersehen werden, daß manche Tätigkeiten ohne materielle Änderung aus Prestigegründen von blue zu white aufgestuft worden sind; die Veränderungen sind in Wirklichkeit nicht so groß, wie sie in der Statistik zum Ausdruck kommen.

4. Im übrigen: Warten wir die Ergebnisse der nächsten Volkszählung ab (1980/81). Sie wäre längst fällig gewesen. Doch Wissen kostet Geld: Darum muß es aus der Sicht des Steuerzahlers unterbleiben !

Teodoro Kausel

Ein theoretisches Modell zur Optimierung der räumlichen Verteilung der wirtschaftlichen Aktivitäten

Ein theoretisches Modell zur Optimierung der räumlichen Verteilung der wirtschaftlichen Aktivitäten

1. Einleitung

Eine wichtige Fragestellung der Regionalwissenschaften ist die nach den optimalen Standorten für die wirtschaftlichen Aktivitäten einer bestimmten Volkswirtschaft. Dieses Problem stellt sich als besonders schwierig dar, wenn gleichzeitig die optimalen Standorte sämtlicher Aktivitäten ermittelt werden sollen, weil diese sich üblicherweise gegenseitig bedingen.[1]

In diesem Beitrag soll ein Modell zur Lösung dieses Problems vorgestellt werden, wobei von einer hypothetischen Volkswirtschaft ausgegangen wird, die eine gegebene Menge von wirtschaftlichen Aktivitäten aufweist (Wirtschaftsstruktur), für die im Rahmen eines in Regionen gegliederten Raumes geeignete (optimale) Standorte gefunden werden sollen.

2. Grundannahmen

In Anlehnung an die gängige Literatur (v.Böventer,1969, S.119)muß davon ausgegangen werden, daß Transportkosten, interne und externe Ersparnisse bei der Herstellung der Güter und Dienstleistungen sowie die im Prinzip zufällige räumliche Verteilung der natürlichen Ressourcen die wichtigsten "primären" standortbestimmenden Faktoren darstellen. Diese drei Faktoren müssen daher in das Optimierungsmodell eingebracht werden.

1 Wechselbeziehungen zwischen den Standorten entstehen u.a. durch den Beschäftigungseffekt (Produktionsstandorte sind gleichzeitig Konsumstandorte), durch die interindustriellen Lieferbeziehungen und durch das Auftreten externer Ersparnisse.

Der zugrunde gelegte Raum wird in n Regionen aufgeteilt, wobei die Standortentscheidungen darin bestehen, die Aktivitäten bestimmten Regionen zuzuteilen.

Als Optimalitätskriterium zur Bestimmung der Standorte wird die Minimierung der im System entstehenden Kosten herangezogen. Es wird angenommen, daß Kosten sowohl bei der Herstellung wie bei der Verteilung der durch die Aktivitäten erzeugten Güter entstehen.[1]

Um die Kostenfunktionen zu ermitteln, müssen einige teilweise einschränkende und vereinfachende Annahmen über die Produktions- und Nachfragebedingungen für diese Güter gemacht werden.

2.1 Die Produktion der Güter

Es wird angenommen, daß bei der Herstellung der Güter externe Ersparnisse wirksam werden. Die Herstellungskosten für die Güter einer bestimmten Aktivität i sind daher von der Höhe des erzeugten Outputs (O_i) abhängig. Es wird unterstellt, daß die Grenzkosten mit steigendem Output linear abnehmen. Somit gilt:

$$(1) \quad \frac{d\,K_i}{d\,O_i} = C_i - \delta_i\, O_i$$

wobei $K_i = f(O_i)$ die Produktionskosten der Aktivität i und C_i und δ_i Parameter der Funktion darstellen.

1 Bei den zugrunde gelegten Aktivitäten handelt es sich sowohl um Dienstleistungs- wie Produktionsaktivitäten, für deren Output im folgenden der Oberbegriff Güter verwendet wird.

Die Gesamtkosten für die Aktivität i können durch Integration der Differentialgleichung (1) ermittelt werden.

$$(2)\quad K_i = \int_0^{O_i} [C_i - \delta_i O_i]\, dO_i = C_i O_i - \frac{\delta_i}{2} O_i^2$$

Wenn α_i für $\frac{\delta_i}{2}$ gesetzt wird, erhält man folgende Kostenfunktion:

$$(3)\quad K_i = C_i O_i - \alpha_i O_i^2 = (C_i - \alpha_i O_i)\, O_i$$

In dieser Kostenfunktion stellt der Parameter C_i die Grenzkosten für die erste hergestellte Einheit des Gutes der Aktivität i dar. Der Parameter α_i kann als interne Ersparnisse-Parameter bezeichnet werden. Im Fall positiver interner Ersparnisse ($\alpha_i > 0$) gibt er an, um wieviel sich die Durchschnittskosten für jede produzierte Einheit verringern, wenn der Output sich um eine Einheit erhöht. Ein größerer Wert von α_i bedeutet somit, daß die Aktivität i größere interne Ersparnisse aufweist. Der Spezialfall $\alpha_i = 0$ impliziert das Nichtvorhandensein von internen Ersparnissen. Weiterhin wird für jede Aktivität eine konstante Proportionalität zwischen Arbeitseinsatz (l_i) und Output (O_i) vorausgesetzt. Es gilt somit für die Aktivität i:

$$(4)\quad O_i = a_i l_i$$

wobei a_i den konstanten Proportionalitätsfaktor (Arbeitsproduktivität) darstellt.

2.2 Die Verteilungskosten

Sie werden für die Aktivität i durch die Transportkosten bestimmt.[1] Werden Güter in der Region r erzeugt und in der Region s nachgefragt, entstehen Verteilungskosten für jede Einheit des gelieferten Gutes (t_i^{rs}), die als linear abhängig von der Entfernung zwischen r und s (d^{rs}) angenommen werden sollen (τ_i sind die Transportkosten für eine Einheit des Gutes i über eine Entfernungseinheit).

$$(5)\quad t_i^{rs} = \tau_i d^{rs}$$

2.3 Die Bündelung der wirtschaftlichen Aktivitäten

Um ein operationales Modell aufbauen zu können, müssen die vielfältigen wirtschaftlichen Aktivitäten, die eine bestimmte Volkswirtschaft ausmachen, gebündelt werden. Diese Bündelung soll hier nicht dadurch erfolgen, daß man wie üblich die verschiedenen wirtschaftlichen Aktivitäten aufgrund bestimmter Eigenschaften ihrer Outputs zu Wirtschaftssektoren zusammenfaßt, sondern nach Kriterien, die teilweise aus den im vorigen Absatz unterstellten Produktions- und Verteilungsbedingungen sowie aus den Standorterfordernissen der Aktivitäten abgeleitet werden. Die zu bildenden Bündel werden mit dem Index i ausgezeichnet, und es wird unterstellt, daß die jeweils zusammengefaßten Aktivitäten hinreichend homogen sind.

In einem ersten Bündel i=1 sollen diejenigen Aktivitäten eingebracht werden, die unmittelbar abhängig sind von nichttransportierbaren natürlichen Ressourcen, wie etwa die Aktivitäten des Bergbaus, der Fischerei sowie der Land- und Forstwirtschaft. Weiterhin diejenigen Aktivitäten, deren optimaler Standort vorrangig von natürlichen Standortfaktoren sowie von dem Standort natürlicher Ressourcen abhängig ist, wie etwa die Schiffsbauindustrie, die Hafendienstleistungen, die Papierindustrie, Teile der Elektrizitätswirtschaft (Wasserkraftwerke) usw.

---

1 Transportkosten entstehen auch dann, wenn für eine bestimmte Dienstleistung der Konsument sich zum Produktionsstandort der Dienstleistung zu begeben hat. In diesem Fall geht man von der "als ob"-Annahme aus, daß die Dienstleistung vom Produktionsstandort zum Wohnstandort des Konsumenten befördert wird.

In den Bündeln i=2 bis i=5 werden diejenigen Aktivitäten subsumiert, die Güter und Dienstleistungen für den Konsum von Personen herstellen. Die Aktivitäten dieser Bündel sind dadurch gekennzeichnet, daß von Bündel 1 bis Bündel 5 die Transportkosten τ_i abnehmen und die Parameter der internen Ersparnisse α_i zunehmen. Folgende Transitivitätsbeziehungen gelten:

$$\tau_2 > \tau_3 > \tau_4 > \tau_5$$
$$\alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \alpha_5$$

In Anlehnung an die Theorie der Zentralen Orte (Christaller, 1933, S.138-140) können die so gebündelten Aktivitäten auch unter der Perspektive gesehen werden, daß in den Bündel 2 bis 5 Güter subsumiert werden, die typischerweise in Zentralen Orten der niedrigsten bis zur höchsten Stufe ihren Produktionsstandort haben.[1]

In dem Bündel i=6 werden alle restlichen Aktivitäten subsumiert, die nicht den Bündeln 1 bis 5 zugeordnet werden konnten.

Geht man davon aus, daß sämtliche Aktivitäten diesen sechs Aktivitätenbündeln zugeordnet wurden, dann können auch die Beschäftigten in dieser Form gruppiert werden. Wenn $\bar{L}$ die gesamten Arbeitskräfte sind, die der Wirtschaft zur Verfügung stehen, und $\bar{L}_i$ die Arbeitskräfte der Aktivitäten des Bündels i sind, gilt:

$$(6)\ \bar{L} = \sum_{i=1}^{6} \bar{L}_i$$

und für jedes Aktivitätenbündel:

$$(7)\ b_i = \frac{\bar{L}_i}{\bar{L}}$$

1 Zwar kennzeichnet Christaller die Güterarten durch einen einzigen Parameter, nämlich "eine ihr besonders zukommende Reichweite" (S.58 f.). Zwischen den beiden Parametern τ_i und α_i und der "Reichweite" besteht jedoch eine eindeutige Korrespondenz.

wobei b_i der Anteil der Beschäftigten im Bündel i an den Gesamtbeschäftigten ist. Es gilt sebstverständlich:

$$(8)\ \sum_{i=1}^{6} b_i = 1$$

Der Gesamtoutput jedes Aktivitätenbündel ($\bar{O}_i$) kann nunmehr durch Hinzuziehen der Gleichung (4) bestimmt werden:

$$(9)\ \bar{O}_i = a_i \bar{L}_i = a_i b_i \bar{L}$$

2.4 Die Nachfrageseite

Bezüglich der Nachfrageseite sollen folgende Annahmen gemacht werden:

i) Der wirtschaftlich nicht aktive Teil der Bevölkerung wird den Beschäftigten homogen zugerechnet. Ist $\bar{P}$ die Gesamtbevölkerung und e die Erwerbsquote, so gilt:

$$(10)\ \bar{L} = e\bar{P}$$

Wenn dabei vom Modell l^r Beschäftigte der Region r zugewiesen werden, impliziert diese Annahme, daß dieser Region insgesamt eine Bevölkerungszahl P^r zugewiesen wird, die durch folgende Gleichung bestimmt werden kann:

$$(11)\ P_r = \frac{l^r}{e}$$

ii) Für die Nachfrage nach Gütern der oben definierten Aktivitätenbündel sollen folgende Annahmen gelten:

- Der Output von Bündel 1 und Bündel 6 kann wahlweise dem Endkonsum, dem Export oder der Zwischennachfrage dienen. Aus Gründen, die später ersichtlich werden, ist es nicht notwendig, hierfür besondere Annahmen zu treffen.

- Der Output von Bündel 2 bis Bündel 5 wird insgesamt dem Konsum der Bevölkerung $\overline{P}$ zugewiesen, und zwar so, daß jedem Einwohner die gleiche Menge an Gütern und Dienstleistungen zukommt. Die Nachfrage wird somit als Bedarf normativ festgelegt. Da laut Gleichung (9) der Output des Bündels i $a_i\overline{L}_i$ beträgt, entfallen auf jeden Einwohner $\frac{a_i\overline{L}_i}{\overline{P}}$ Einheiten der Güter des Aktivitätenbündels i. Durch Hinzuziehen der Gleichungen (7) und (10) erhält man folgenden Ausdruck für den Pro-Kopf-Konsum der Güter des Bündels i (i=2 bis 5):

$$(12)\quad \text{Pro-Kopf-Konsum} = \frac{a_i b_i \overline{L}}{\frac{\overline{L}}{e}} = a_i b_i e$$

2.5 Die Kostenfunktion

Die zu bildende Kostenfunktion soll sowohl die Produktions- wie die Transportkosten enthalten. Für die Ermittlung der letzteren müssen die interregionalen Güterströme zugrunde gelegt werden.

Es seien:

x_i^{rs} Güter des Bündels i, die von der Region r an die Region s geliefert werden.

l_i^r Beschäftigte des Bündels i, die ihren Standort in der Region r haben.

Die gesamten Lieferungen der Region r müssen dem Output von i in r (O_i^r) entsprechen. Aufgrund von Gleichung (4) gilt dabei:

$$(13)\quad O_i^r = a_i l_i^r = \sum_{s=1}^{n} x_i^{rs}$$

Durch Hinzuziehen der Gleichungen (3) und (13) können die Produktionskosten für Bündel i in der Region r als Funktion von l_i^r bestimmt werden. Die Gesamtkosten für den in r produzierten Output (K_i^r) ergeben sich aus der Summe dieser Produktionskosten und der Transportkosten für die Lieferung von r an alle Regionen, d.h.

$$(14)\quad K_i^r = (c_i - \alpha_i a_i l_i^r)\, a_i l_i^r + \sum_{s=1}^{n} x_i^{rs}\, t_i^{rs}$$

Nach teilweisem Ersetzen von l_i^r durch $\sum_{s=1}^{n} x_i^{rs}$ (Gleichung 13) erhält man folgende Gleichung:

$$(15)\quad K_i^r = \sum_{s=1}^{n} (c_i a_i - \alpha_i a_i l_i^r + t_i^{rs})\, x_i^{rs}$$

Die Gesamtkosten für die Herstellung und den Transport der Güter des Bündels i ergeben sich aus der Summe der Gleichung (15) über alle Regionen.

$$(16)\quad \text{Gesamtkosten}_i = \sum_{r=1}^{n} K_i^r = \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} (c_i a_i - \alpha_i a_i l_i^r + t_i^{rs})\, x_i^{rs}$$

Es handelt sich bei dieser Kostenfunktion um eine quadratische Funktion der Variablen l_i^r und x_i^{rs}.

3. Darstellung des Optimierungsmodells

Die Gesamtkosten für die Herstellung und den Transport sämtlicher Güter der hier zugrunde gelegten Volkswirtschaft können aufgrund der Gleichung (16) ermittelt werden, indem diese zusätzlich über dem Bündel Index i summiert wird.

Eine optimale (kostenminimierende) Lösung könnte dann durch Minimierung dieser Gesamtkostenfunktion unter bestimmten Nebenbedingungen gefunden werden. Die numerische Lösung dieses Problems wäre jedoch schon bei einer relativ geringen Anzahl von Regionen nicht durchführbar.

Aus diesem Grund wird hier ein mehrstufiger rekursiver Lösungsansatz vorgeschlagen, der das Lösungsverfahren vereinfacht, ohne die Bedingungen der Gesamtoptimalität zu verletzen, und der es zusätzlich erlaubt, einige Erkenntnisse der Theorie der Zentralen Orte miteinzubeziehen.

Den in Absatz 2.3 definierten Güterbündeln entsprechend besteht das Modell aus sechs Stufen (j=1,...6), wobei in jeder Stufe j
- die Standorte für die Aktivitäten des Bündels i=j und
- die Niveaus dieser Aktivitäten

bestimmt werden.

Wegen der zugrunde gelegten Produktionsfunktion (Gleichung 4) kann das Niveau der Aktivitäten des Bündels i in der Region r gleichgesetzt werden mit den Beschäftigten des Bündels i, die der Region r zugewiesen werden. In der Stufe j werden diese mit der Variable ${}_j l^r_{i=j}$ bezeichnet und der Wert der Variable nach Lösung des Optimierungsproblems mit ${}_j \hat{l}^r_{i=j}$. Weiterhin ist in jeder Stufe zwischen den möglichen und den durch das Optimierungsverfahren ausgewiesenen Standorten für Bündel i=j zu unterscheiden. Die Regionen, die als mögliche Standorte in Frage kommen, bilden die Menge Λ_j, und jene, die tatsächlich als Standorte realisiert werden (d.h. diejenigen r, für die ${}_j \hat{l}^r_{i=j} > 0$ gilt), die Menge $\hat{\Lambda}_j$. Selbstverständlich gilt $\hat{\Lambda}_j \subset \Lambda_j$.

Es sollen nun die verschiedenen, sequentiell zu verarbeitenden Stufen des Modells skizziert werden.

3.1 Aufbau des Modells

Stufe j=1

In ihr werden die Standorte und Aktivitätenniveaus für Bündel 1 bestimmt. Die Standorte dieses Bündels sind unmittelbar abhängig von der gegebenen räumlichen Verteilung der natürlichen Ressourcen, und sie können daher als gegeben angenommen oder durch spezielle Standortoptimierungsmodelle ermittelt werden.[1] Sowohl Standorte wie Niveaus der Aktivitäten des Bündels 1 stellen somit für diesen Ansatz exogen vorgegebene Daten dar. Hierbei gilt Λ_1=n, und für einen allgemeinen Fall kann $\hat{\Lambda}_1$=n angenommen werden, so daß nach Beendigung der Stufe j=1 die räumliche Verteilung der Beschäftigten das Bündel 1 folgende Werte annimmt:

$${}_1 \hat{l}^r_i \quad (\text{für alle } r \in \hat{\Lambda}_1)$$

Stufen j=2 bis j=5

In diesen Stufen werden jeweils die Standorte für die Aktivitäten der Bündel i=2 bis i=5 ermittelt. Die Güter dieser Bündel werden nur von der Bevölkerung nachgefragt (Beschäftigte + Abhängige), und der Bedarf in jeder Stufe ergibt sich dabei durch die Summe der in den vorhergehenden Stufen und der laufenden Stufe räumlich zugewiesenen Beschäftigten.

In jeder dieser Stufen j=2 bis j=5 muß daher ein Optimierungsproblem gelöst werden in der Form einer Minimierung der Gesamtkostenfunktion (Gleichung 16) unter bestimmten Restriktionen, die durch folgende einzuhaltende Bedingungen herausgebildet werden.

---

1 Die hier u.U. zu lösenden Standortprobleme könnten beispielsweise lauten, wo bei gegebener Bodenqualität und Klimabedingungen Agrarproduktion stattzufinden hat, wo Bergbau betrieben werden soll oder wo Fischerei- bzw. Handelshäfen anzulegen sind.

i) Die Niveaus der Aktivitäten des Bündels i=j müssen so bemessen sein, daß in jeder Stufe j der bis dahin kumulierte Bedarf gedeckt wird. Daher werden hier nicht die gesamten Beschäftigten des Bündels i=j räumlich zugewiesen, sondern nur der Teil, der zur Deckung des jeweiligen Bedarfs notwendig ist.

ii) in der Stufe j=2 sind alle n Regionen als mögliche Standorte für Bündel i=2 zulässig, d.h. Λ_2=n.

iii) In der Stufe j=3 bis j=5 werden nur diejenigen Regionen als mögliche Standorte für die Bündel i=j berücksichtigt, die in der jeweiligen Stufe j-1 als Standorte von Bündel i=j-1 ausgewiesen wurden. Für diese Stufen gilt daher die Bedingung $\Lambda_j=\hat{\Lambda}_{j-1}$. Dieses ist eine übliche Annahme der Theorie der Zentralen Orte (Christaller, 1933, S.69).

iv) Für die Stufen j=3 bis 5 ist auch folgendes zu berücksichtigen: Die in ihnen räumlich zugewiesenen Beschäftigten des Bündels i=j müssen auch mit den Gütern der Bündel i=2 bis i=j-1 beliefert werden, und zu diesem Zweck müssen die Aktivitätenniveaus dieser Bündel durch entsprechende Aufstockung der Beschäftigten erweitert werden. Da diese zusätzliche Nachfrage nur in den Regionen r $\epsilon\Lambda_j$ entstehen kann, diese Regionen jedoch wegen der vorhergehenden Bedingung $\Lambda_j=\hat{\Lambda}_{j-1}$ Standorte der Bündel i =j-1 bis 2 sind, liegt es nahe, die Aktivitätenniveaus in den gleichen Regionen r zu erweitern, wo auch die zusätzliche Nachfrage entsteht. Dadurch entfallen die Transportkosten für die Belieferung dieser zusätzlichen Nachfrage, was wiederum der gesuchten Optimalität entspricht. Diese Bedingung kann auch als Multiplikatoreffekt gekennzeichnet werden und wird im nächsten Absatz näher erläutert.

Das Ergebnis der Stufen 1 bis 5 ist folgendes:

- Ausgehend von der exogen bestimmten räumlichen Verteilung der gesamten Aktivitäten des Bündels 1 in der Stufe 1 wird in den Stufen 2-5 ein optimales System von Standorten für die Aktivitäten der Bündel 2-5 bestimmt ($\hat{\Lambda}_2$, $\hat{\Lambda}_3$, $\hat{\Lambda}_4$, $\hat{\Lambda}_5$).

- Von diesen Standorten aus wird die gesamte räumlich zugeteilte Bevölkerung den Bedarfsnormen entsprechend mit Gütern der Bündel 2-5 kostenoptimal beliefert.

- Das System von Standorten $\hat{\Lambda}_2 \rightarrow \hat{\Lambda}_5$ bildet bei Annahme einer hinreichend engmaschigen Regionalisierung ein optimales System Zentraler Orte (Z.O.), wobei die Hierarchie der Region (Z.O.) r abhängig ist von den $\hat{\Lambda}_j$, in denen r enthalten ist. Ist r in $\hat{\Lambda}_j$ (j=2,...,m) enthalten, dann wird r als Z.O. m'ter Ordnung bezeichnet.

- Jede Region (Z.O.) r m'ter Ordnung beliefert eine bestimmte Gruppe von Regionen mit Gütern des Bündels i=m, eine andere Gruppe von Regionen mit Gütern des Bündels i=m-1 usw.

- Umgekehrt wird jede Region s von einer bestimmten Region (Z.O.) r aus mit Gütern des Bündels i beliefert (s=r ist selbstverständlich zulässig).

Zu lösen ist noch das Problem der räumlichen Verteilung der Aktivitäten des Bündels 6.

Stufe j=6

Bei den Aktivitäten des Bündels i=6, die in dieser Stufe räumlich zugewiesen werden sollen, handelt es sich um jene Aktivitäten, die den Bündeln 1-5 nicht zugeordnet werden konnten. Ihr optimaler Standort ist daher nicht abhängig von der räumlichen Verteilung der natürlichen Ressourcen bzw. der Nachfrage. Für sie kann daher angenommen werden, daß die Transportkosten im Vergleich zu anderen Kostenfaktoren vernachlässigbar sind ("footloose industries"). Unter diesen Bedingungen ist die Kostenfunktion (Gleichung 16) als Entscheidungskriterium zur Standortbestimmung nicht mehr relevant.

Auch in dieser Stufe ist jedoch zu berücksichtigen, daß durch die räumliche Zuweisung der Beschäftigten des Bündels 6 die Aktivitätenniveaus der Bündel 2 bis 5 aufgestockt werden müssen, um den zusätzlichen Bedarf an Gütern dieser Bündel zu decken. Die Leitlinie für diese Aufstockung ist das in den vorhergehenden Stufen herausgebildete System von Zentralen Orten, d.h. die zusätzliche Nachfrage nach Gütern des Bündels i in einer Region s muß von der Region r gedeckt werden, die als Zentraler Ort i'ter Ordnung für s fungiert.

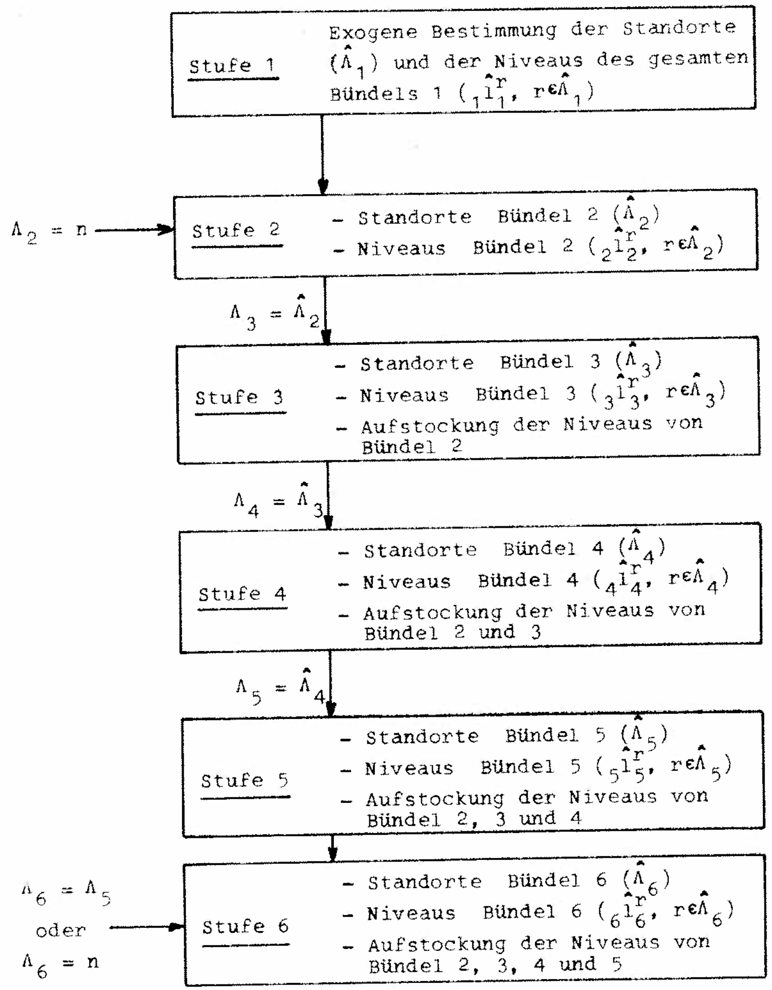
Mögliche Entscheidungskriterien für die Bestimmung der Standorte von Bündel 6 wären u.a.:

- Um die Kosten für die Belieferung der neuen Beschäftigten mit Gütern der Bündel 2-5 zu minimieren, sollten als Standorte für Bündel 6 die Regionen gewählt werden, die Zentrale Orte 5ter Ordnung sind. Dabei können Oberschranken für die Gesamtbevölkerung einer Region festgelegt werden, um eine exzessive Bevölkerungskonzentration zu verhindern.

- Im Hinblick auf Ziele für eine ausgeglichene Regionale Wirtschaftsstruktur könnten diese Beschäftigten aber auch auf eine größere Menge von Regionen verteilt werden.

Die Struktur des Modells wird im folgenden Schaubild wiedergegeben:

Schaubild 1: Struktur des rekursiven Modells



3.2 Der Multiplikatoreffekt

Die Bedingung, daß in den Stufen j=3 bis 6 der zusätzliche Bedarf nach Gütern der Bündel i=2 bis i=j-1 durch Aufstockung der Niveaus dieser Bündel gedeckt werden muß, kann als Multiplikatoreffekt bezeichnet werden.

Zur Quantifizierung dieses Multiplikatoreffekts müssen einige weitere Annahmen gemacht werden:

Mit ${}_j l_i^r$ werden die Beschäftigten des Bündels i bezeichnet, die in der Stufe j einen Standort in der Region r zugewiesen bekommen. Dabei gilt:

${}_j l_i^r$ $\begin{cases} i = j & \text{Beschäftigte zur Belieferung der Nachfrage nach Gütern des Bündels } i \\ i < j & \text{Beschäftigte zur Belieferung der zusätzlichen Nachfrage nach Gütern der Bündel } i=2,\dots,j-1 \end{cases}$

In jeder Stufe j werden somit der Region r

$$(17) \quad \sum_{i=2}^{j} {}_j l_i^r = {}_j l_*^r \qquad (\text{für alle } r \in \hat{\Lambda}_j)$$

Beschäftigte zugewiesen, die gewährleisten, daß die gesamte, bis dahin räumlich verteilte Bevölkerung mit Gütern der Bündel i=2 bis i=j beliefert wird.

Durch die Zuweisung von $\sum_{i=2}^{j} {}_j l_i^r = {}_j l_*^r$ an die Region r wird gleichzeitig ein Angebot und ein Bedarf nach Gütern der Bündel i=2 bis i=j bestimmt. Die Angebotsmengen können durch Gleichung (4) und die Bedarfsmengen durch die Gleichungen (11) und (12) ermittelt werden. Diese werden in dem folgenden Schaubild dargestellt:

Schaubild 2: Angebot und Bedarf in der Region r in der Stufe j

Bündel	Bedarf			Angebot	
$i = 2$	a_2	b_2	${}_j l_*^r$	a_2	${}_j l_2^r$
$i = 3$	a_3	b_3	${}_j l_*^r$	a_3	${}_j l_3^r$
.	.			.	
.	.			.	
.	.			.	
$i = j - 1$	a_{i-2}	b_{i-1}	${}_j l_*^r$	a_{i-1}	${}_j l_{i=j-1}^r$
$i = j$	a_i	b_i	${}_j l_*^r$	a_i	${}_j l_{i=j}^r$

Der Bedarf nach Gütern der Bündel i=2 bis i=j-1 wird aufgrund der Bedingungen (iv) des vorigen Absatzes aus der gleichen Region r gedeckt, wo er entsteht. In dem Schaubild 3 kann daher verlangt werden, daß Angebot und Bedarf für die Bündel i=2 bis i=j-1 gleich sein müssen. Für Bündel i=j braucht diese Gleichheit nicht zu gelten, weil die Güter dieses Bündels u.U. von anderen Regionen geliefert oder auch von r an andere Regionen geliefert werden können.

Es lassen sich daher aus dem Schaubild 2 Gleichungen ableiten, durch die die Variablen ${}_j l_i^r$ $(i=2,\dots,j-1)$ als Funktion von ${}_j l_*^r$ ausgedrückt werden können. Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in Gleichung (17) erhält man:

$$(18) \quad b_{i=2}\, {}_i l_*^r + b_{i=3}\, {}_j l_*^r + \dots + b_{i=j-1}\, {}_j l_*^r + {}_j l_{i=j}^r = {}_j l_*^r$$

und ${}_j l_*^r$ kann als Funktion von ${}_j l_{i=j}^r$ ausgedrückt werden.

$$(19) \quad {}_i l_*^r = [1/(1-b_{i=2} - b_{i=3} - \dots - b_{i=j-1})]\ {}_j l_{i=j}^r$$

Der Multiplikator $1/(1-b_{i=2} - b_{i=3} - \ldots - b_{i=j-2})$ gibt somit an, wieviele Beschäftigte der Region r in der Stufe j insgesamt zugewiesen werden, wenn ein Beschäftigter des Bündels i=j in dieser Stufe dieser Region zugewiesen wird. Durch ihn wird die Belieferung mit Gütern der Bündel i=2 bis i=j-1 entsprechend dem Bedarf gewährleistet.

Wie allerdings die Beschäftigten des Bündels i=j in der Stufe j räumlich zugewiesen werden, muß durch Lösung des Optimierungsproblems bestimmt werden. Für dieses Optimierungsproblem müssen nun Nebenbedingungen und Zielfunktion spezifiziert werden.

3.3 Analytische Darstellung des Optimierungsproblems

In jeder Stufe j treten Nebenbedingungen auf, die sowohl den Bedarf als auch das Angebot von Gütern regeln.

Die Bedarfsnebenbedingungen verlangen für die Stufe j, daß die Bevölkerung jeder Region s entsprechend der Norm mit Gütern des Bündels i=j beliefert wird. Jede Region s kann im Prinzip von irgendeiner Region $r \in \Lambda_j$ beliefert werden.

Wenn ${}_1\hat{l}^s_*$, ${}_2\hat{l}^s_*$, ..., ${}_{j-1}\hat{l}^s_*$ die Beschäftigten sind, die der Region s in den Stufen 1 bis j-1 zugewiesen wurden, und ${}_jx^{rs}_{i=j}$ die Menge an Gütern des Bündels i darstellt, die in der laufenden Stufe j von der Region r an die Region s geliefert wird, dann kann aufgrund der Gleichungen (11) und (12) folgende Gleichung bestimmt werden, die für jede Region s gelten muß, wenn der Nachfragebedarf erfüllt werden soll:

$$(20) \quad \sum_{r \in \Lambda} {}_jx^{rs}_{i=j} = \left(\frac{{}_1\hat{l}^s_* + {}_2\hat{l}^s_* + \ldots + {}_{j-1}\hat{l}^s_* + {}_jl^s_*}{e}\right) a_{i=j}\, b_{i=j}\, e$$

Nach Ersetzen der Variable ${}_jl^s_*$ durch ${}_jl^s_{i=j}$ (Gleichung 19) und Übertragen der Variable auf die linke Seite erhält man:

$$(21) \quad \sum_{r \in \Lambda_j} {}_jx^{rs}_{i=j} - [1/(1-b_{i=2} - \ldots - b_{i=j-i})]a_{i=j}\, b_{i=j}\, {}_jl^s_{i=j}$$
$$= ({}_1\hat{l}^s_* + {}_2\hat{l}^s_* + \ldots + {}_{j-1}\hat{l}^s_*)\, a_{i=j}\, b_{i=j}$$

(für s=1,...,n)

Die Angebotsnebenbedingungen verlangen in jeder Stufe, daß die liefernden Regionen auch in der Lage sind, die notwendige Gütermenge zu produzieren. Zu diesem Zweck müssen den als Standort von Gut i=j ausgewiesenen Regionen r die entsprechenden Beschäftigten ${}_jl^r_{i=j}$ zugewiesen werden. Gemäß Gleichung (13) muß daher für alle möglichen Standorte r gelten:

$$(22) \quad \sum_{s=1}^{n} {}_jx^{rs}_{i=j} - a_{i=j}\, {}_jl^r_{i=j} = 0 \qquad (\text{für alle } r \in \Lambda_j)$$

Die Zielfunktion für die Stufe j wird aus der Gleichung (16) abgeleitet, wobei der Stufenindex eingebracht wird:

$$(23) \quad \text{Z.F. Min!} \sum_r \sum_s (c_{i=j}\, a_{i=j} - \alpha_{i=j}\, a_{i=j}\, {}_jl^r_{i=j} + t^{rs}_{i=j})\, {}_jx^{rs}_{i=j}$$

Es handelt sich bei diesem Optimierungsproblem um die Minimierung einer nichthomogenen quadratischen Funktion der Variablen ${}_jx^{rs}_{i=j}$ und ${}_jl^r_{i=j}$ unter linearen Nebenbedingungen. Alle Koeffizienten des quadratischen Teils der Zielfunktion haben negative Vorzeichen, und daher ist die Koeffizientenmatrix dieses quadratischen Teils negativ definit. Dieses

Problem wird in der Literatur als konkaves quadratisches Optimierungsproblem bezeichnet (v.de Panne, 1975, S.376). Zu seiner Lösung wurde ein Programm auf der Basis des Algorithmus von Cabot und Francis geschrieben (A.V.Cabot, R.L.Francis, 1970), das akzeptable Lösungen für Probleme mit bis zu 15 Regionen (240 Variablen und 30 Restriktionen) liefert.

4. Zusammenfassung

Ausgehend von
- einem in Regionen gegliederten Raum,
- einer gegebenen, nicht notwendigerweise homogenen Verteilung der natürlichen Ressourcen auf diesen Raum,
- einer gegebenen sektoralen Struktur der wirtschaftlichen Aktivitäten der zugrunde gelegten Volkswirtschaft

wurde ein analytisches Modell zur Bestimmung der optimalen Standorte für diese wirtschaftlichen Aktivitäten entwickelt. Hierbei wurden die relevanten standortbestimmenden Faktoren berücksichtigt.

Als Ergebnis liefert das Modell eine, im Rahmen der gemachten Angaben, optimale räumliche Verteilung der wirtschaftlichen Aktivitäten und mithin der Beschäftigten und der Gesamtbevölkerung. Insofern können mit dem Modell numerische Werte für ein optimales System Zentraler Orte ermittelt werden (v.Böventer, 1969, S.120).

Literatur

v. Boeventer, E. (1969): Christaller's Central Place Theory in Retrospect, Journal of Regional Science 9, S.117-124.

Cabot, A.V., Francis, L.R. (1970): Solving certain nonconvex quadratic minimization problems by ranking extreme points. Operations Research 8, S.82-86.

Christaller, W. (1933): Die Zentralen Orte in Süddeutschland, Jena.

v.de Panne, C. (1975): Methods for Linear and Quadratic Programming, Amsterdam.

KLAUS M Ü L L E R

DIE IDENTIFIZIERUNG FÖRDERBEDÜRFTIGER REGIONEN AUF DER GRUNDLAGE RAUMBEZOGENER SOZIALINDIKATOREN

Politisch-normative Implikationen dieses methodischen Vorgehens

Klaus Müller
Baumgartenweg 15
CH-4124 Schönenbuch